Ιόνιο Πανεπιστήμιο – Τμήμα Πληροφορικής
Παράλληλος Προγραμματισμός
2025-26

Work – Span

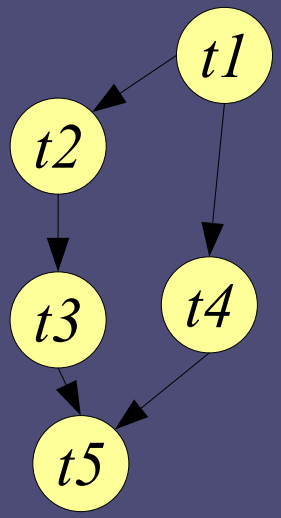
(και οι περιπτώσεις των λειτουργιών map και reduce)

https://mixstef.github.io/courses/parprog/

Μ.Στεφανιδάκης

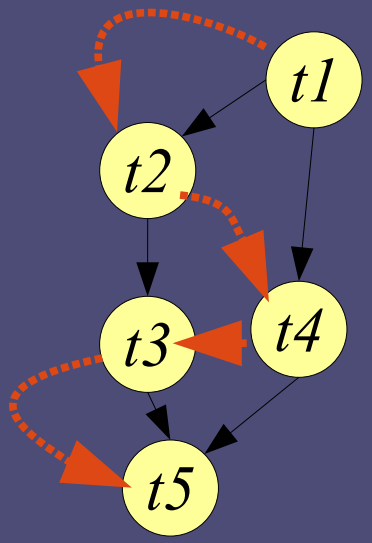
Ορισμός Work και Span

- Η παράλληλη εκτέλεση γίνεται με την ολοκλήρωση tasks
  - Ακολουθώντας τη ροή των αλληλεξαρτήσεων των δεδομένων
  - Ένας κατευθυνόμενος μη κυκλικός γράφος (DAG)



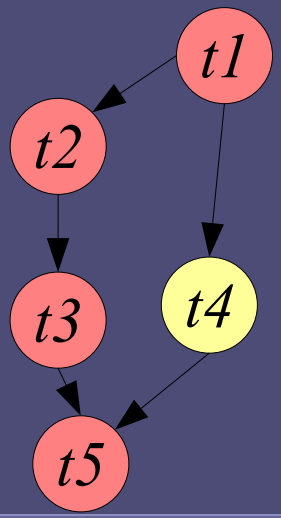
Ορισμός Work και Span

- T_1 είναι ο χρόνος σειριακής εκτέλεσης (work)
  - Μια οποιαδήποτε έγκυρη σειριοποίηση της δουλειάς που πρέπει να γίνει



Ορισμός Work και Span

- T_∞ είναι ο χρόνος σε ένα ιδανικά παράλληλο σύστημα (span)
  - Διαθέσιμα άπειρα επεξεργαστικά στοιχεία
    - Η καλύτερη περίπτωση παραλληλίας
  - Το όριο είναι το κρίσιμο μονοπάτι των tasks (critical path)
    - Το μεγαλύτερο σε διάρκεια μεταξύ αρχής – τέλους



Ανάλυση Work – Span

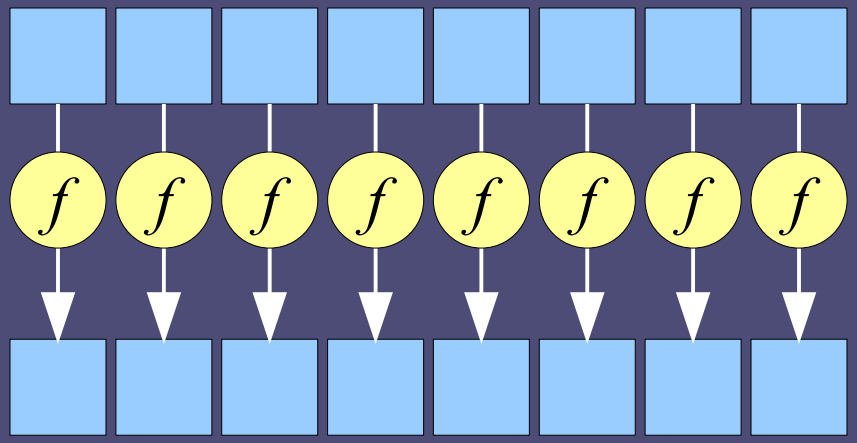
Αν T_P είναι ο χρόνος σε σύστημα με P επεξεργαστικά στοιχεία, τότε

$$T_P = O(T_1 / P + T_\infty)$$

- Το T_∞ εμποδίζει την επεκτασιμότητα
- Η αύξηση του T_1 επιβαρύνει την απόδοση
  - Συνεπώς η σχεδίαση των παράλληλων αλγορίθμων θα πρέπει να αποσκοπεί στην μείωση του T_∞ (span)
  - Αποφεύγοντας την υπέρμετρη αύξηση του T_1 (work), εκτός κι αν αυτό μειώνει δραστικά το span

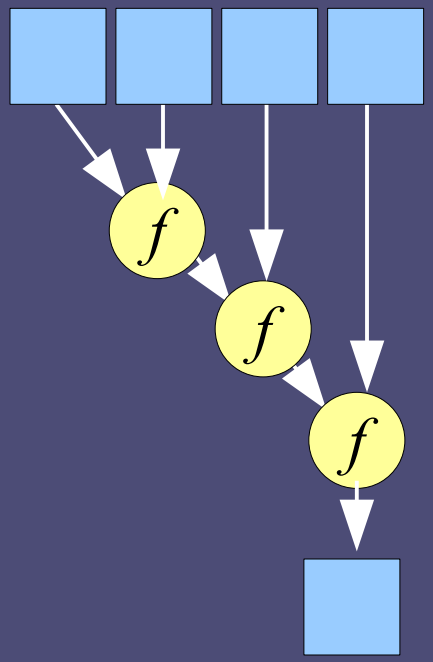
Η λειτουργία map ξανά

- Εφαρμογή μιας συνάρτησης σε κάθε στοιχείο μιας ακολουθίας δεδομένων
  - Work = O(n)
  - Span = O(1) (αν η *f* έχει σταθερό κόστος)



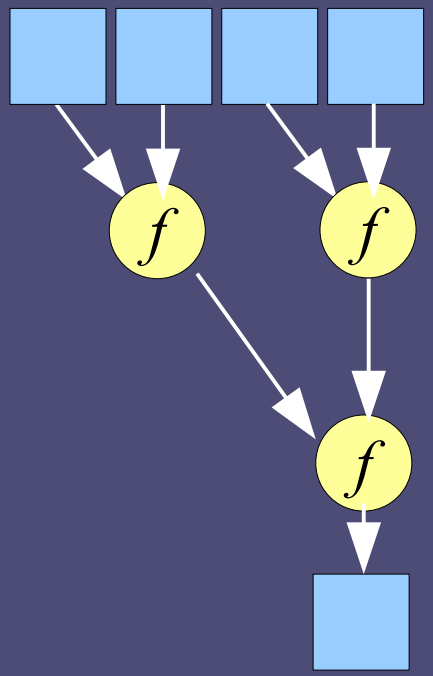
Η λειτουργία reduce

- Συνδυάζει όλα τα στοιχεία μιας συλλογής (collection) σε ένα μοναδικό στοιχείο μέσω τελεστή *f*



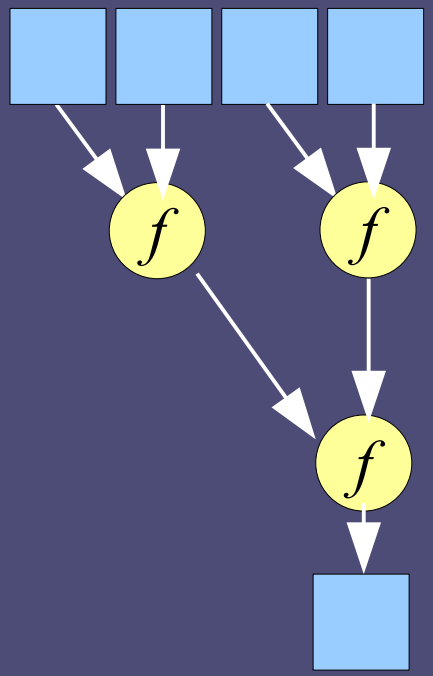
Παραλληλοποίηση της reduce

- Δεν είναι πάντα δυνατή
  - Θα πρέπει ο τελεστής *f* να είναι προσεταιριστικός
  - Όταν (((x1 ○ x2) ○ x3) ○ x4 = (x1 ○ x2) ○ (x3 ○ x4)



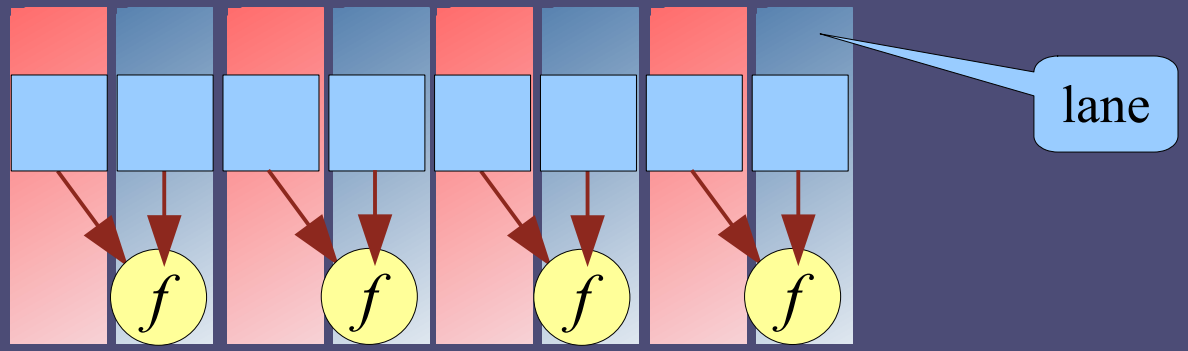
Reduce: Work και Span

- Στην ιδανική περίπτωση
  - Work = O(n) – όσο και η σειριακή εκδοχή
  - Span = O(logn)



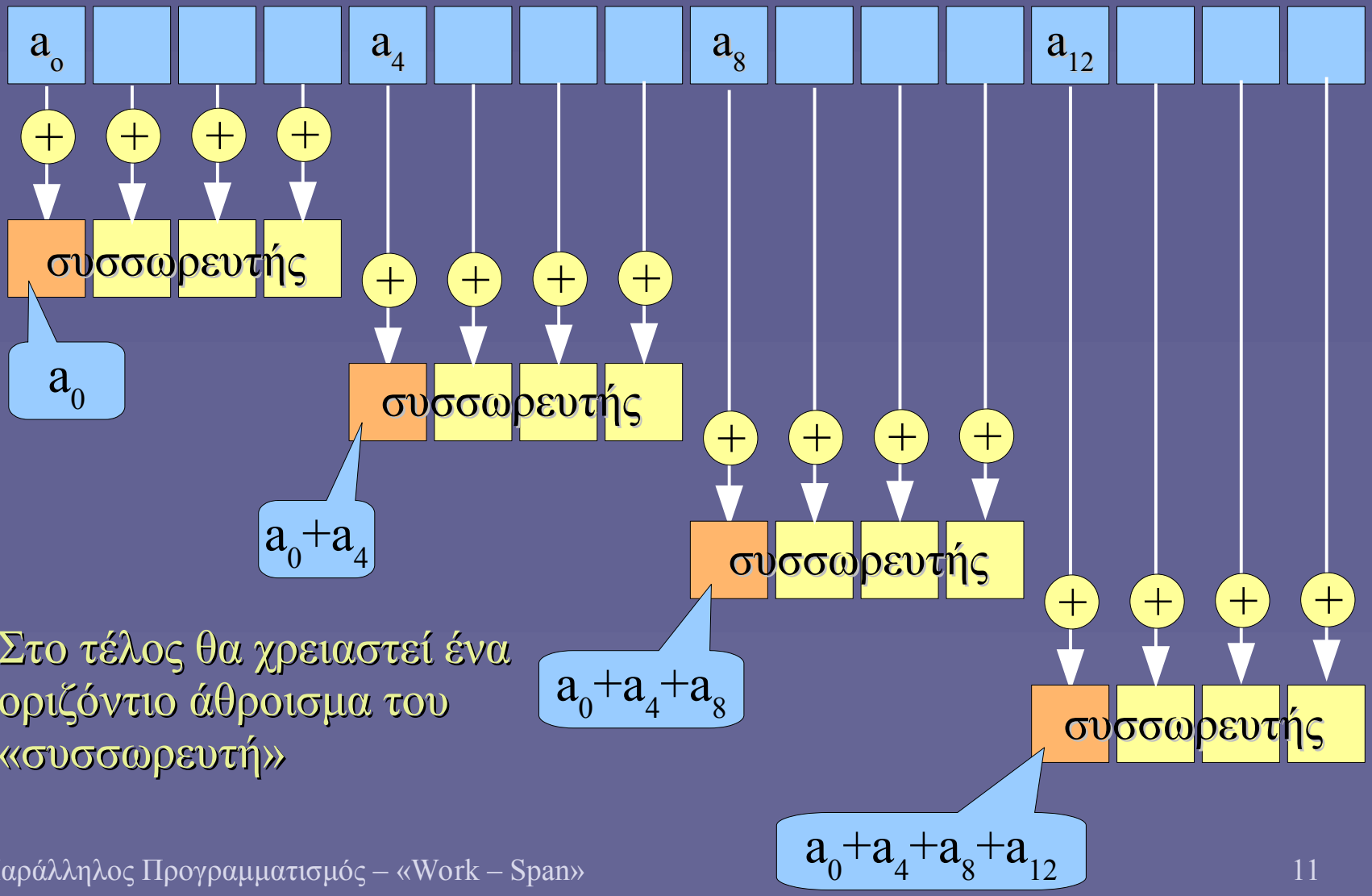
Reduce και εντολές SSE/AVX

- Για την άμεση υλοποίηση θα ήταν απαραίτητες εντολές με μη-κάθετες πράξεις
  - «Οριζόντιες» λειτουργίες
    - Διάσχιση κάθετων λωρίδων (cross-lane operations)
    - Μη αποδοτικές πράξεις σε σχέση με τις «κάθετες»
    - Πολλές εντολές έχουν περιορισμούς στη διάσχιση λωρίδων
  - Χρειάζεται υλοποίηση με όσο το δυνατόν περισσότερες «κάθετες» πράξεις
    - Ιδίως στα κρίσιμα για την απόδοση σημεία του κώδικα



Παράδειγμα reduction: Άθροισμα πίνακα

(έστω εύρος πράξης = 4)



Στο τέλος θα χρειαστεί ένα οριζόντιο άθροισμα του «συσσωρευτή»

Πώς αθροίζω «οριζόντια» μια ποσότητα __m256;

- Ποσότητα __m256 = 8 packed floats
  - `h g f e d c b a`
  - Το αποτέλεσμα πρέπει να είναι ένας και μοναδικός αριθμός float = `h + g + f + e + d + c + b + a`
- 1η μέθοδος
  - Αποθηκεύουμε την 8άδα σε ένα array 8 floats στη μνήμη
  - Στη συνέχεια αθροίζουμε σειριακά τους 8 αριθμούς

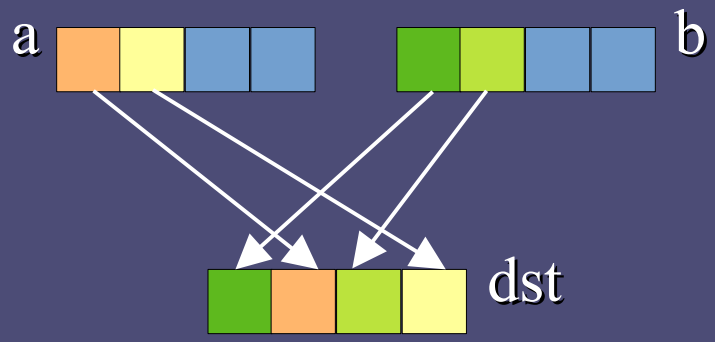
```
    float partial_sums[8],result;

  // move 8-float __m256 accumulator to float array, unaligned
    _mm256_storeu_ps(partial_sums,accumulator);

    // serially add 8 parts to final result
    result = 0.0;
    for (int i=0;i<8;i++)
        result += partial_sums[i];
```

Εναλλακτική «οριζόντια» άθροιση __m256

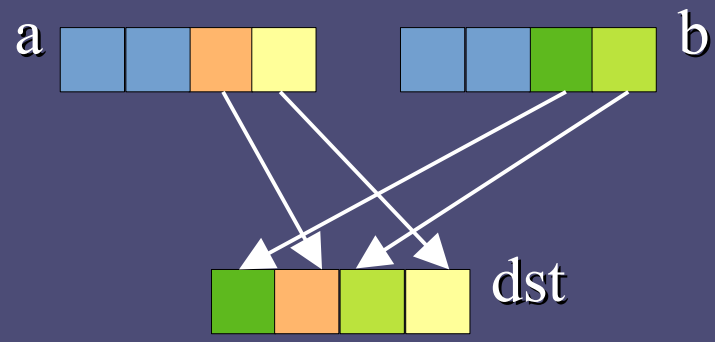
```
// horizontal sum of 8 packed floats, let *pa = h g f e d c b a

// add high and low 128-bit halves into a __m128 number t1 = h+d g+c f+b e+a
__m128 t1 = _mm_add_ps(_mm256_extractf128_ps(*pa,1),_mm256_castps256_ps128(*pa));

// create t2, a shuffled version of t1,    t2 = g+c h+d e+a f+b
__m128 t2 = _mm_shuffle_ps(t1,t1,_MM_SHUFFLE(2,3,0,1));

// add t1 and t2, result t3 = h+d+g+c g+c+h+d f+b+e+a e+a+f+b
__m128 t3 = _mm_add_ps(t1,t2);

// set t2 to upper parts of t2 and t3, now t2 = g+h h+d h+d+g+c g+c+h+d
t2 = _mm_movehl_ps(t2,t3);

// add lowest parts of t2 and t3, now t3 = g+h h+d h+d+g+c g+c+h+d+e+a+f+b
t3 = _mm_add_ss(t2,t3);

// copy to a single float
fsum = _mm_cvtss_f32(t3);
```

Μετακινήσεις/Αντιμεταθέσεις (128/256-bit)

__m128 _mm_unpackhi_ps (__m128 a, __m128 b)



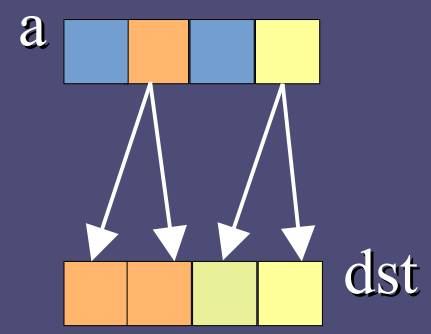
__m128 _mm_unpacklo_ps (__m128 a, __m128 b)



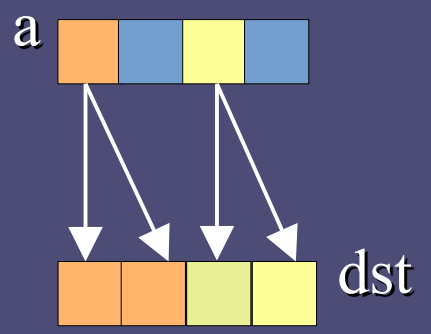
- Οι αντίστοιχες μετακινήσεις στα 256 bits εφαρμόζουν το ίδιο σχήμα και στις «πάνω» 128-άδες (bits 255..128)
  - Τα δεδομένα δεν διασχίζουν το όριο μεταξύ κάτω και πάνω 128-άδας κατά τη μετακίνηση

Μετακινήσεις/Αντιμεταθέσεις (128/256-bit)

__m128 _mm_moveldup_ps (__m128 a)



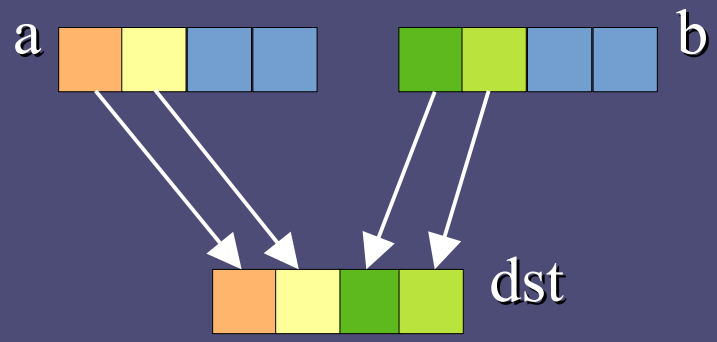
__m128 _mm_movehdup_ps (__m128 a)



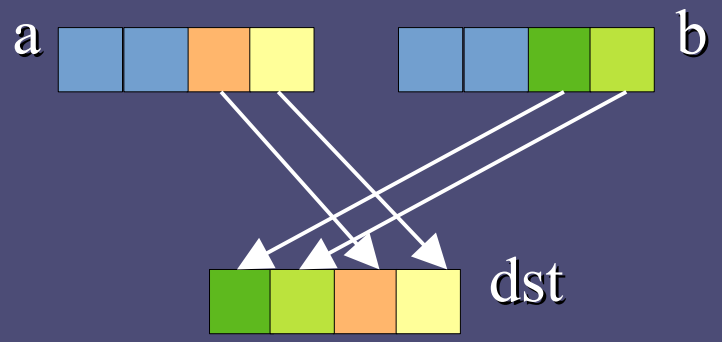
- Οι αντίστοιχες μετακινήσεις στα 256 bits εφαρμόζουν το ίδιο σχήμα και στις «πάνω» 128-άδες (bits 255..128)
  - Τα δεδομένα δεν διασχίζουν το όριο μεταξύ κάτω και πάνω 128-άδας κατά τη μετακίνηση

Μετακινήσεις/Αντιμεταθέσεις (128-bit)

__m128 _mm_movehl_ps (__m128 a, __m128 b)



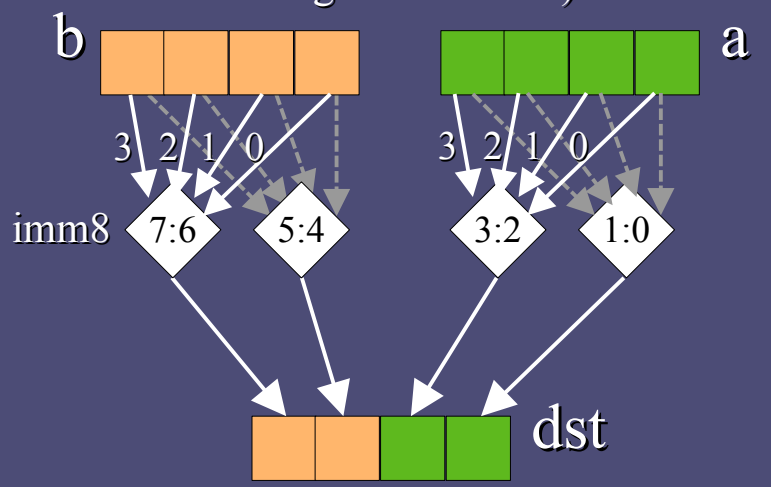
__m128 _mm_movelh_ps (__m128 a, __m128 b)



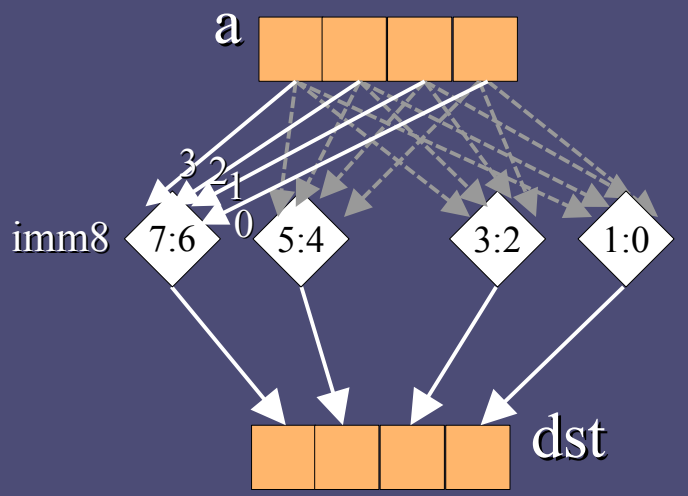
- Δεν υπάρχουν οι αντίστοιχες λειτουργίες στα 256 bits!

Μετακινήσεις/Αντιμεταθέσεις (128/256-bit)

__m128 _mm_shuffle_ps (__m128 a, __m128 b, unsigned int imm8)



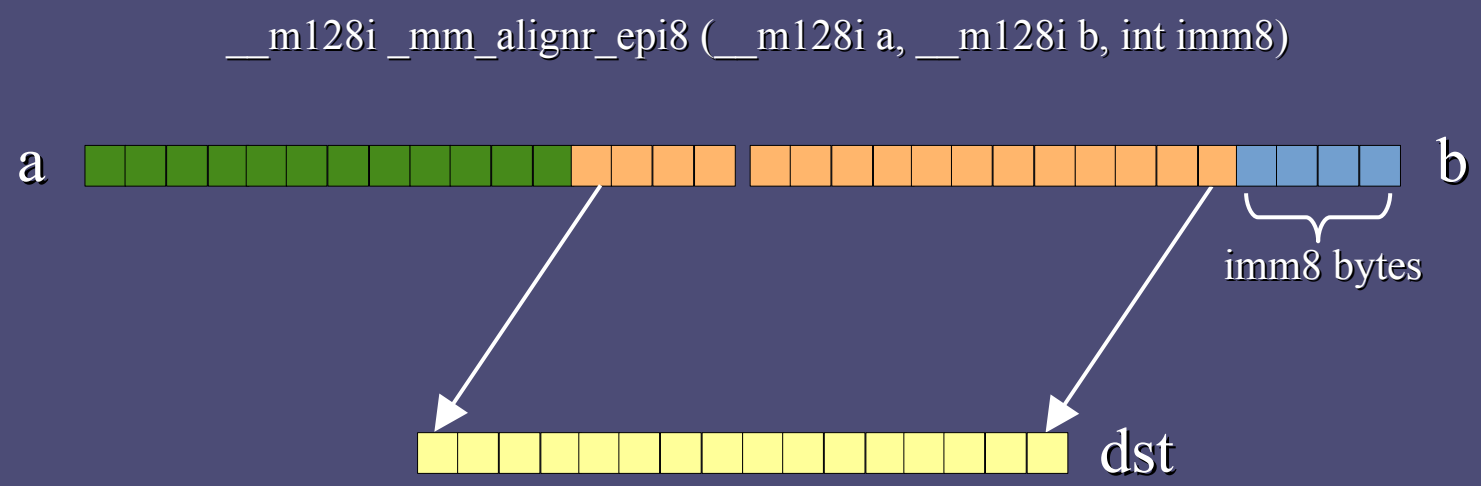
__m128 _mm_permute_ps (__m128 a, int imm8)



- Οι αντίστοιχες μετακινήσεις στα 256 bits εφαρμόζουν το ίδιο σχήμα και στις «πάνω» 128-άδες (bits 255..128)
- Βοηθητικό macro _MM_SHUFFLE(x,y,z,w) για τη δημιουργία του imm8

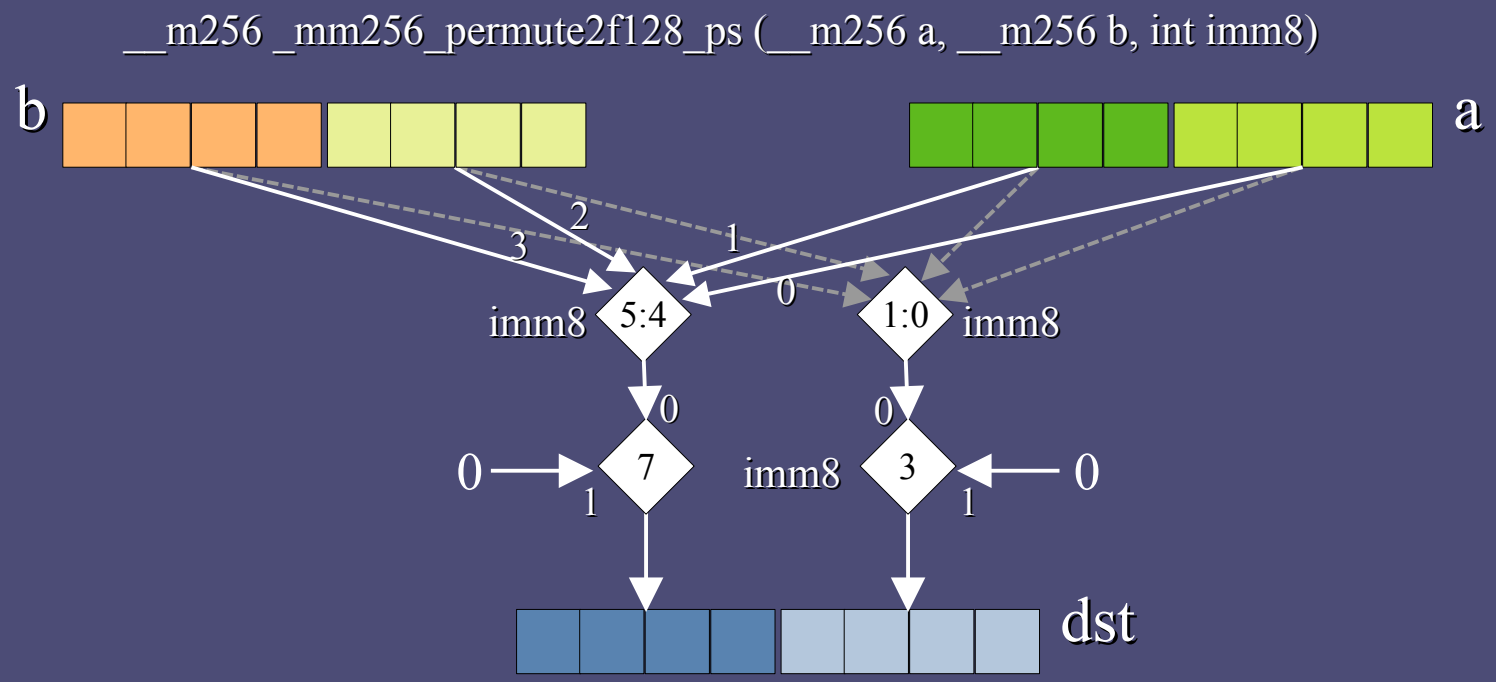
__m128 _mm_permutevar_ps (__m128 a, __m128i b)
όπως η permute αλλά χρησιμοποιεί τα 2 χαμηλότερα bits κάθε μέρους της 4άδας του b αντί του imm8

Συνδυασμός/ευθυγράμμιση (128/256-bit)



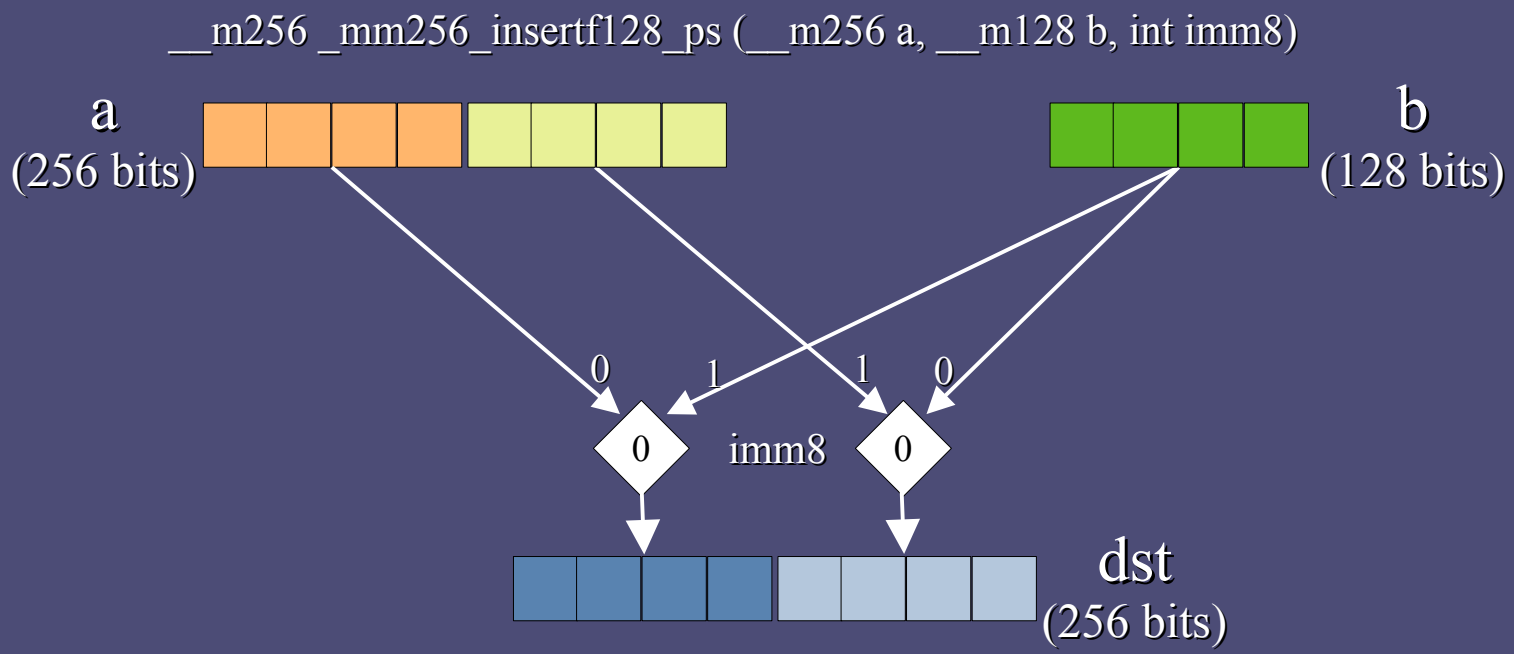
- Η αντίστοιχη λειτουργία στα 256 bits εφαρμόζει το ίδιο σχήμα και στις «πάνω» 128-άδες (bits 255..128)
  - Τα δεδομένα δεν διασχίζουν το όριο μεταξύ κάτω και πάνω 128-άδας κατά τη μετακίνηση

Μετακινήσεις/Αντιμεταθέσεις (256-bit)



- Μετακινήσεις σε 128-άδες (τα 2 μισά των 256 bits)
- Τα δεδομένα διασχίζουν το όριο μεταξύ «πάνω» και «κάτω» 128άδων
  - Μπορούν να καταλήξουν από «πάνω» 128άδα σε «κάτω»
    - Και αντίστροφα

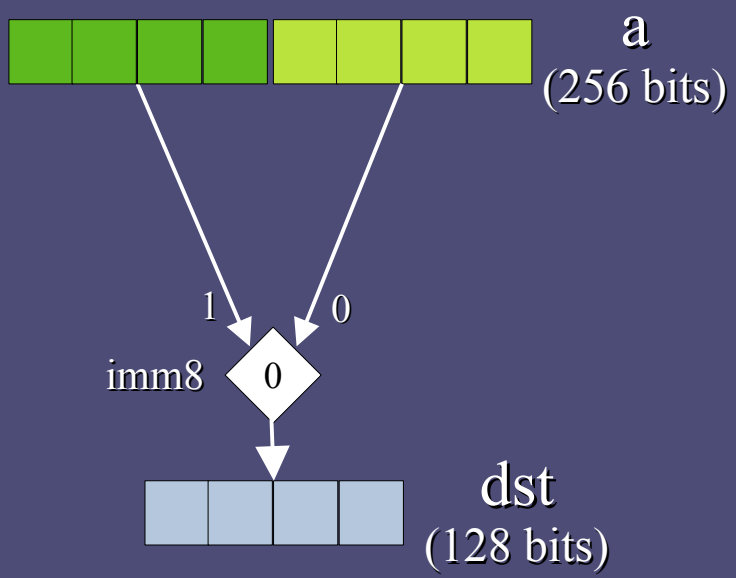
Εισαγωγή (128-bit → 256-bit)



- Εισαγωγή 128 bits στο «πάνω» ή «κάτω» μισό ποσότητας 256 bits
- Τα άλλα 128 bits παρέχονται από μια άλλη ποσότητα 256 bits
- Τα δεδομένα διασχίζουν το όριο μεταξύ «πάνω» και «κάτω» 128άδων

Εξαγωγή (256 bits → 128 bits)

__m128 _mm256_extractf128_ps (__m256 a, const int imm8)



- Εξαγωγή 128 bits από το «πάνω» ή «κάτω» μισό ποσότητας 256 bits
- Τα δεδομένα διασχίζουν το όριο μεταξύ «πάνω» και «κάτω» 128άδων

Βιβλιογραφία

- Michael McCool, James Reinders, and Arch Robison. 2012. *Structured Parallel Programming: Patterns for Efficient Computation* (1st ed.). Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA.
- Intel® Intrinsics Guide (https://software.intel.com/sites/landingpage/IntrinsicsGuide/)